

# 相干宽带线性调频信号的波达方向估计新方法

罗蓬, 刘开华, 于洁潇, 马永涛

(天津大学 电子信息工程学院, 天津 300072)

**摘 要:** 提出了一种相干宽带线性调频 (LFM) 信号的波达方向 (DOA) 估计新方法。该方法利用 LFM 信号在分数阶 Fourier 域上的解线调特性, 构造出新的解线调域阵列数据模型, 然后结合传统的矩阵重构解相干以及 MUSIC 算法实现相干 LFM 信号的 DOA 估计。若同时存在多组相干 LFM 信号入射, 则首先在不同的能量聚集域上将各信号组分离, 然后逐一进行各组内相干信号的 DOA 估计。该方法充分地挖掘了观测信号所包含的时频信息, 增加了可检测的 DOA 数目, 提高了分辨性能和抗噪声性能。此外, 该方法无冗余阵元与孔径损失, 且适用于任意流型阵列。仿真结果显示, 在 DOA 估计的均方根误差 (RMSE) 相同时, 与传统方法相比, 本方法可获得 8dB 左右的信噪比增益。

**关键词:** 相干 LFM 信号; DOA 估计; FrFT; 解线调域; MUSIC

中图分类号: TN911.72

文献标识码: A

文章编号: 1000-436X(2012)03-0122-08

## Novel DOA estimation method for coherent wideband LFM signals

LUO Peng, LIU Kai-hua, YU Jie-xiao, MA Yong-tao

(School of Electronics and Information Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

**Abstract:** A novel direction of arrival (DOA) estimation method for coherent wideband linear frequency modulation (LFM) signals was proposed. Based on the dechirping property of LFM signal in fractional Fourier domain, a new array data model was constructed, then the matrix reconstruction and MUSIC algorithm were used to estimate the DOA of coherent LFM signals. If there were multiple groups of coherent LFM signals incident, separated them in different energy-concentrated domains first, then carried the DOA estimation on each of the groups. Owing to fully excavating the time-frequency information included in observed signals, this method has good resolution ability and anti-noise performance, and the number of DOA that can be resolved is also increased. In addition, this method has no array redundancy and aperture loss, and can be applied to arbitrary array manifold. Simulation results show that this method can obtain nearly 8dB signal-to-noise ratio gain compared with the conventional method.

**Key words:** coherent LFM signal; DOA estimation; FrFT; dechirping domain; MUSIC

### 1 引言

线性调频 (LFM, linear frequency modulation) 信号在雷达、声纳、通信等信息系统中有着广泛的

应用, 针对这类信号的波达方向 (DOA, direction of arrival) 估计问题也日益受到人们的重视。由于 LFM 信号具有宽带非平稳的特性, 其阵列方向矩阵与时间相关, 因此常规的子空间算法不再适用于这类信

收稿日期: 2010-07-12; 修回日期: 2011-01-08

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (60872001)

**Foundation Item:** The National Natural Science Foundation of China (60872001)

号的 DOA 估计。近年来，将信号的时频特征和空域信息相结合的时频空算法成为该领域一个研究热点。沿着这个方向已经出现了一些研究成果<sup>[1-3]</sup>，其中以国内学者陶然、齐林等提出的基于分数阶 Fourier 变换 (FrFT, fractional Fourier transform) 的 LFM 信号 DOA 估计方法<sup>[4-6]</sup>最受关注。由于 FrFT 是一种线性变换，不受交叉项的干扰，而且可以理解为 LFM 基分解<sup>[7]</sup>，因此在对 LFM 信号的处理上比其他时频变换方法更有优势。

传统的基于 FrFT 的估计方法利用 LFM 信号在特定的分数阶 Fourier 域上达到能量聚集的特点，提取阵列上各入射信号的 FrFT 峰值组成空间时频分布矩阵，然后结合 MUSIC、ESPRIT 等信号子空间算法实现 DOA 估计。然而，在相干信号情况下，由于各 LFM 信号的参数相同，因此在分数阶 Fourier 域峰值提取过程中很难区分不同的入射信号，导致 DOA 估计困难。文献[8]和文献[9]分别将前/后向空间平滑以及矩阵重构技术引入分数阶 Fourier 域，实现相干 LFM 信号的 DOA 估计。但是上述方法仅选取各阵元上的 FrFT 峰值点数据参与 DOA 估计的运算，数据利用率较低，导致算法的稳定性和抗噪声畸变的能力降低。

本文对 LFM 信号在 2 个特殊的分数阶 Fourier 域上的时频特性进行了深入研究，提出了一种相干宽带 LFM 信号的 DOA 估计新方法。该方法在相干 LFM 信号的解线调域上建立起新的阵列数据模型，并结合 Toeplitz 矩阵重构以及 MUSIC 算法实现 DOA 估计。若同时存在多组相干 LFM 信号入射，则首先在不同的能量聚集域上将各信号组分离，然后逐一进行各组内相干信号的 DOA 估计。该方法充分地挖掘了观测信号所包含的时频信息，增加了可检测的 DOA 数目，提高了算法的分辨性能和抗噪声性能。另外，由于该方法未采用空间平滑类解相干算法，因此不受阵列流型的限制，且无冗余阵元与孔径损失。通过分析可知，当存在  $G$  个相干 LFM 信号组时，使用  $M$  阵元的阵列最多可估计出的 DOA 数目多达  $G(M-1)$  个。文章的最后给出了该方法的实施步骤，并通过仿真实验验证了其良好的估计性能。

## 2 LFM 信号的解线调域和能量聚集域 FrFT 分析

一个单分量 LFM 信号可以表示为

$$x(t) = a_0 \exp[jp(2f_0t + m_0t^2) + jj_0] \quad (1)$$

其中， $a_0$ 、 $f_0$ 、 $f_0$  和  $\mu_0$  分别代表信号的幅度、初相、中心频率以及调频率。一个有限长 LFM 信号在时频平面上呈现斜直线的背鳍形分布<sup>[10]</sup>，且直线的斜率等于信号的调频率，如图 1 所示。

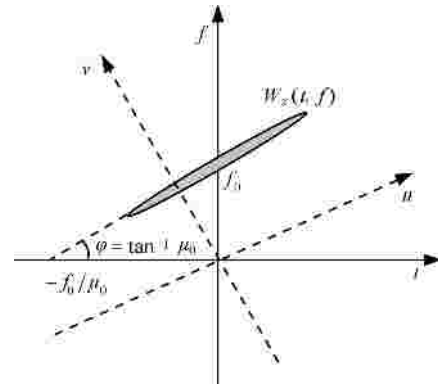


图 1 有限长 LFM 信号的 WVD

一个信号  $x(t)$  的旋转角度为  $a$  的 FrFT 定义为

$$X_a(u) = F^p[x(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)K_a(t, u) dt \quad (2)$$

其中， $p$  为 FrFT 的阶，可以为任意实数， $a = pp/2$ ， $K_a(t, u)$  为变换核函数，有

$$K_a(t, u) = \begin{cases} \sqrt{|1 - j \cot a|} \exp\{jp[t^2 \cot a - 2tu \csc a + u^2 \cot a]\} & a \neq np \\ d(t-u), & a = 2np \\ d(t+u), & a = (2n \pm 1)p \end{cases} \quad (3)$$

FrFT 可以被解释为时频平面上的旋转算子，即一个信号的 FrFT 的 WVD 是原信号 WVD 的坐标旋转形式<sup>[7]</sup>。

对于图 1，随着坐标轴的不断旋转，存在 2 个特殊的分数阶 Fourier 域，在这 2 个域中，该 LFM 信号的 WVD 分别呈现水平分布和垂直分布。这 2 个分数阶 Fourier 域分别定义为该 LFM 信号的解线调域和能量聚集域，相应的 FrFT 变换角度分别为

$$a_d = \arctan m_0 \quad (4)$$

$$a_e = -\text{arc cot } m_0 \quad (5)$$

根据文献[11]给出的结论，式(1)给出的 LFM 信号的 FrFT 为

$$X_a(u) = a_0 \exp(jj_0) \sqrt{\frac{1 + j \tan a}{1 + m_0 \tan a}} \times \exp\left[ j p \frac{u^2 (m_0 - \tan a) + 2uf_0 \sec a - f_0^2 \tan a}{1 + m_0 \tan a} \right] \quad (6)$$

将 LFM 信号的解线调域 FrFT 变换角度代入上式并化简, 得

$$X_{a_d}(u) = B \exp(j2\pi f_0 \cos a_d u) \quad (7)$$

其中

$$B = a_0 \cos a_d \sqrt{1 + j \tan a_d} \times \exp\left[ j(j_0 - \pi f_0^2 \sin a_d \cos a_d) \right] \quad (8)$$

为一个常数。通过上式可知, 对一个 LFM 信号进行解线调域 FrFT, 可以将该信号解调为一个单频信号, 且该信号的频率为

$$f_d = f_0 \cos a_d \quad (9)$$

将 LFM 信号的能量聚集域 FrFT 变换角度代入式(6), 并根据极限

$$\lim_{c \rightarrow 0} \exp(-jp/4) \sqrt{\frac{1}{c}} \exp(jpu^2/c) = d(u) \quad (10)$$

化简可得

$$X_{a_e}(u) = Cd(u \csc a_e - f_0) \quad (11)$$

其中

$$C = a_0 \sqrt{-j - \cot a_e} \exp\left[ j(j_0 + \pi/4) \right] \quad (12)$$

为一个常数。通过上式可知, 对一个 LFM 信号进行能量聚集域 FrFT, 将得到一个冲击脉冲, 且该脉冲的位置为

$$u_e = f_0 / \csc a_e \quad (13)$$

另外, 由于  $a_d$  和  $a_e$  存在关系

$$a_d = a_e + \pi/2 \quad (14)$$

根据 FrFT 的旋转可加性, 有以下等式成立

$$X_{a_d}(u) = F[X_{a_e}(u)] \quad (15)$$

即 LFM 信号的解线调域 FrFT 和能量聚集域 FrFT 之间存在一个 Fourier 变换的关系。

### 3 提出的相干 LFM 信号 DOA 估计方法

#### 3.1 阵列模型和基本假设

假设均匀线阵 (ULA, uniform linear array) 由  $M$  个各向同性阵元组成, 阵元间隔为  $d$ , 将第一个阵元设为参考阵元。远场有  $G$  组相干 LFM 信号入射到阵列上, 其中, 第  $i$  个信号组包含  $g_i$  路相干 LFM 信号, 其波达方向分别为  $\{\theta_{i1}, \theta_{i2}, \dots, \theta_{ig_i}\}$ , 该信号组可以看作是由同一信源经过不同的路径衰减产生, 其表达式为

$$s_i(t) = [s_{i1}(t), s_{i2}(t), \dots, s_{ig_i}(t)]^T = c_i u_i(t) \quad (16)$$

其中

$$c_i = [c_{i1}, c_{i2}, \dots, c_{ig_i}]^T \quad (17)$$

$$u_i(t) = \exp\left[ jp(2f_i t + m_i t^2) \right] \quad (18)$$

可见, 相干信号组内的各 LFM 信号具有相同的调频率和中心频率, 即在时频面上的分布相同。于是, 第  $m$  个阵元上的观测信号可以表示为

$$x^m(t) = \sum_{i=1}^G \sum_{k=1}^{g_i} c_{ik} u_i(t - t_{ik}^m) + n^m(t) \quad (19)$$

其中,  $n^m(t)$  表示第  $m$  个阵元上的噪声。  $t_{ik}^m$  表示第  $i$  组第  $k$  个 LFM 信号在第  $m$  个阵元和参考阵元之间的传播延时, 即

$$t_{ik}^m = \frac{(m-1)d \cos(\theta_{ik})}{c} \quad (20)$$

对式(19)所示的阵列模型做出以下几点假设:

- 1) 各相干 LFM 信号组  $s_i(t)$ ,  $i=1, 2, \dots, G$  之间相互独立;
- 2) 相干 LFM 信号组内的各路信号仅有幅度和相位的差别, 即路径衰减量  $c_{ik}$  为常数。组内的相干 LFM 信号个数不超过阵元个数, 即  $g_i < M$ ;
- 3) 各阵元上的噪声是加性高斯白噪声。不同阵元上的噪声互不相关, 噪声与信号也互不相关。

#### 3.2 相干 LFM 信号组内的 DOA 估计

以第  $i$  个相干 LFM 信号组为例, 组内第  $k$  个 LFM 信号在参考阵元上的输出为

$$s_{ik}(t) = c_{ik} \exp\left[ jp(2f_i t + m_i t^2) \right] \quad (21)$$

对  $s_{ik}(t)$  进行角度为  $a_d = \arctan m_i$  的解线调域 FrFT 将得到

$$S_{ik}(u) = B \exp(j2pf_i \cos a_d u) \quad (22) \quad \text{其中}$$

其中

$$B = c_{ik} \cos a_d \sqrt{1 + j \tan a_d} \exp(-j p f_i^2 \sin a_d \cos a_d) \quad (23)$$

由于 LFM 信号经过延时后调频率不变，因此延时信号的解线调域变换角度也保持不变。根据 FrFT 的时移性质<sup>[11]</sup>：

$$F^p [s(t-t)] = \exp(j p t^2 \sin a \cos a) \times \exp(-j 2 p u t \sin a) S_a(u-t \cos a) \quad (24)$$

可得  $s_{ik}(t)$  在第  $m$  个阵元上的输出  $s_{ik}(t-t_{ik}^m)$  的解线调域 FrFT 表达式：

$$S_{ik}^m(u) = B \exp[j2p(f_i \cos a_d - t_{ik}^m \sin a_d)u] \times \exp\left\{p\left[\left(t_{ik}^m\right)^2 \sin a_d \cos a_d - 2f_i \cos^2 a_d t_{ik}^m\right]\right\} \quad (25)$$

实际应用中，由于延时项  $t_{ik}^m$  较小，即

$$t_{ik}^m \sin a_d \ll f_i \cos a_d \quad (26)$$

因此式(25)可以化简为

$$S_{ik}^m(u) = B \exp(j2pf_i \cos a_d u) \times \exp\left\{p\left[\left(t_{ik}^m\right)^2 \sin a_d \cos a_d - 2f_i \cos^2 a_d t_{ik}^m\right]\right\} \quad (27)$$

比较式(22)和式(27)，可得第  $k$  个 LFM 信号在参考阵元和第  $m$  个阵元上的解线调域输出之间的关系：

$$S_{ik}^m(u) = A_{ik}^m S_{ik}(u) \quad (28)$$

其中

$$A_{ik}^m = \exp\left\{p\left[\left(t_{ik}^m\right)^2 \sin a_d \cos a_d - 2f_i \cos^2 a_d t_{ik}^m\right]\right\} \quad (29)$$

将整个阵列的解线调域时频输出表示为向量形式：

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_i(u) &= [X_i^1(u), X_i^2(u), \dots, X_i^M(u)]^T \\ &= \mathbf{A}_i \mathbf{S}_i(u) + \mathbf{N}(u) \end{aligned} \quad (30)$$

$$\mathbf{S}_i(u) = [S_{i1}(u), S_{i2}(u), \dots, S_{ig_i}(u)]^T \quad (31)$$

为第  $i$  组相干 LFM 信号的解线调域 FrFT 向量，通过前面的分析可知，该组相干 LFM 信号已被解调为一组相干单频信号。 $\mathbf{A}_i$  为  $M \times g_i$  维的解线调域方向矩阵，具有以下形式：

$$\mathbf{A}_i = [\mathbf{A}_{i1}, \mathbf{A}_{i2}, \dots, \mathbf{A}_{ig_i}] \quad (32)$$

其中

$$\mathbf{A}_{ik} = [1, A_{ik}^2, A_{ik}^3, \dots, A_{ik}^M]^T \quad (33)$$

为组内第  $k$  个信号的解线调域方向向量，其取值仅与时延  $t_{ik}^m$  有关，即只与第  $k$  个信号的入射角  $q_{ik}$  有关。

为了实现组内各条路径上的 DOA 估计，定义如下的相关函数：

$$\begin{aligned} R_i(m-1) &= E\left\{X_i^1(u) [X_i^m(u)]^H\right\} \\ &= \mathbf{A}_i(1) E\left\{\mathbf{S}_i(u) \mathbf{S}_i^H(u)\right\} \mathbf{A}_i^H(m) + s^2 \mathbf{I} \\ &= \mathbf{A}_i(1) \mathbf{R}_{ss} \mathbf{A}_i^H(m) + s^2 \mathbf{I} \end{aligned} \quad (34)$$

其中， $\mathbf{A}_i(m)$ ,  $m=1, 2, \dots, M$  为方向矩阵  $\mathbf{A}_i$  的第  $m$  行的所有元素。对于上式，当  $m$  由 1 变到  $M$  时，由这  $M$  个相关函数构成如下形式的相关矩阵

$$\mathbf{R}_i = \begin{pmatrix} R_i(0) & R_i(1) & \dots & R_i(M-1) \\ R_i(-1) & R_i(0) & \dots & R_i(M-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_i(-M+1) & R_i(-M+2) & \dots & R_i(0) \end{pmatrix}_{M \times M} \quad (35)$$

式中， $R_i(-m) = R_i^*(m)$ 。

可以看出， $\mathbf{R}_i$  是  $M \times M$  阶的 Hermitian Toeplitz 矩阵，包含了信号组内全部  $g_i$  个相干信号的信息。对  $\mathbf{R}_i$  进行特征值分解，得到噪声子空间对应的特征向量矩阵  $\mathbf{U}_N$ ，然后构造如下的 MUSIC 空间谱函数：

$$P_i(q) = \frac{1}{\mathbf{A}_i^H(q) \mathbf{U}_N \mathbf{U}_N^H \mathbf{A}_i(q)} \quad (36)$$

对上式进行一维谱峰搜索，即可实现第  $i$  个相干 LFM 信号组内各条路径上的 DOA 估计。

### 3.3 不同相干 LFM 信号组的分离

上一节给出了相干 LFM 信号组内的 DOA 估计方法，本节主要讨论多个相干 LFM 信号组之间的分离方法。根据式(19)可知，参考阵元上的观测信号可以表示为

$$x(t) = \sum_{i=1}^G s_i(t) + n(t) \tag{37}$$

其中

$$s_i(t) = \left( \sum_{k=1}^{g_i} c_{ik} \right) u_i(t) \tag{38}$$

为第  $i$  个相干信号组在参考阵元上的输出，显然该输出也是一个 LFM 信号。对式(37)进行连续变化阶次的 FrFT，形成观测信号在参数  $(a, u)$  平面上的二维能量谱，对该能量谱进行谱峰搜索，即可获得各相干 LFM 信号组的能量聚集域变换角度  $a_i$  以及谱峰坐标  $u_i$ 。

记式(37)的关于角度  $a_i$  的 FrFT 为  $X_{a_i}(u)$ ，根据前面的分析，在第  $i$  组相干 LFM 信号的能量聚集域，该信号组呈现出明显的尖峰，其他各组信号的能量分布则较为分散。在此分数阶 Fourier 域上，以尖峰位置  $u_i$  进行遮隔处理，即使  $X_{a_i}(u)$  通过一个中心频率为  $u_i$  的窄带滤波器，通过适当地选择滤波器的带宽  $L$ ，即可实现参考阵元上第  $i$  个相干 LFM 信号组的分离。此过程如图 2 所示。

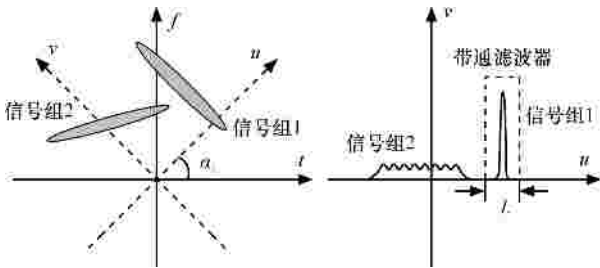


图 2 相干 LFM 信号组的能量聚集域分离

在参考阵元之外的各个阵元上，由于延时不改变 LFM 信号的调频率，因此各信号组的能量聚集域变换角度也保持不变，仍可按前述之方法对各信号组进行分离。需要注意的是，由于组内各 LFM 信号的入射角各不相同，因此它们的阵

元延时也不相同，导致它们在能量聚集域的谱峰位置不再严格聚集于一点，此时需要对滤波器的宽度  $L$  进行调整，以保证完整分离出组内的所有信号。

利用上述方法，可以从各阵元上的观测信号中分离出某一相干 LFM 信号组，得到该组信号的能量聚集域阵列输出。利用式(15)，将该输出转化到解线调域，继而可以通过 3.2 节的方法实现组内各条路径上的 DOA 估计。通过上述分析可知，当存在  $G$  个相干 LFM 信号组时，使用  $M$  阵元的阵列最多可估计出的 DOA 数目为  $G(M-1)$  个。

### 3.4 算法的实施步骤和细节

总结以上的分析，将算法的主要步骤归纳如下：

- 1) 对参考阵元上的接收信号进行连续变化阶次的 FrFT，并对  $(a, u)$  平面做二维搜索，通过谱峰个数估计出相干信号组的个数，并记录各信号组对应的谱峰位置  $(a_i, u_i)$ ；
- 2) 取各个阵元上接收信号的关于  $a_i$  的 FrFT，以谱峰点为中心，利用长度为  $L$  的带通滤波器进行滤波，并对滤波后的数据进行 FFT，得到阵列上的一组相干单频信号数据；
- 3) 构造式(35)所示的相关矩阵，并对其特征值分解，利用所得的噪声子空间特征向量矩阵构造 MUSIC 空间谱函数  $P_i(?)$ ；
- 4) 对  $P_i(?)$  进行一维谱峰搜索，即可估计出第  $i$  个相干 LFM 信号组内各条路径上的 DOA；
- 5) 重复步骤 2)~步骤 4)，直至估计出所有信号组所包含的相干 LFM 信号的 DOA；
- 6) 若只有一组相干 LFM 信号入射，则直接对各阵元上的观测数据进行解线调域 FrFT，然后利用步骤 3)~步骤 4) 实现各相干信号的 DOA 估计。

另外，在上述谱峰搜索过程中采用“粗扫描+细扫描”的二阶搜索方法，可以大大减少算法的运算复杂度。

## 4 仿真实验

**实验 1** 对 LFM 信号的能量聚集域和解线调域输出特性进行验证。构造一个 LFM 信号

$$x(t) = a_0 \exp \{ j p (2 f_0 t + m_0 t^2) + j j_0 \}$$

其参数设置为： $f_0=15\text{Hz}$ 、 $\mu_0=30\text{Hz/s}$ 、 $a_0=1.5$ 、 $f_0=0.5\text{p}$ 。采样频率为  $500\text{Hz}$ ，快拍数为 401。分别对该信号进行能量聚集域和解线调域 FrFT，

图 3 为该信号在时域以及上述 2 个分数阶 Fourier 域的输出波形。

从图 3 可以看出，该 LFM 信号在 2 个分数阶 Fourier 域上具有良好的能量聚集特性和解线调特性。本实验的结果验证了前文中的相关结论，是整个 DOA 估计方法的前提和基础。

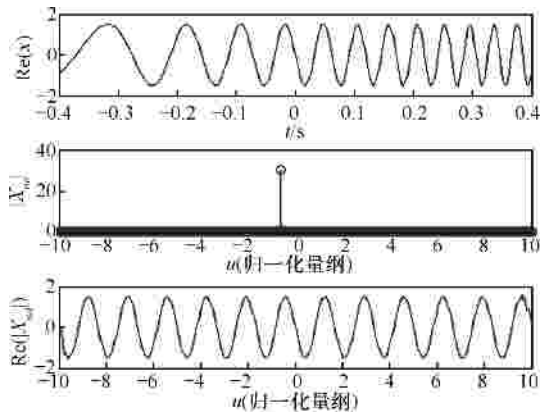


图 3 LFM 信号在时域、能量聚集域和解线调域的输出

**实验 2** 相干宽带 LFM 信号的 DOA 估计实验。假设 ULA 由 10 个阵元组成，阵元间隔  $d=5$ 。远场存在 2 个相互独立的等幅宽带 LFM 信号源，其参数分别设置为： $f_1=12\text{MHz}$ 、 $\mu_1=1\text{MHz}/\mu\text{s}$ 、 $f_2=-8\text{MHz}$ 、 $\mu_2=-0.7\text{MHz}/\mu\text{s}$ 。2 个信源各产生了 3 个相干信号，入射角分别为： $\theta_1=[40^\circ, 60^\circ, 140^\circ]$ ， $\theta_2=[30^\circ, 90^\circ, 145^\circ]$ 。采样频率为  $100\text{MHz}$ ，快拍数为 501，阵元噪声为  $10\text{dB}$  的高斯白噪声。图 4 为参考阵元上观测信号的连续变化阶次 FrFT 的二维扫描谱。

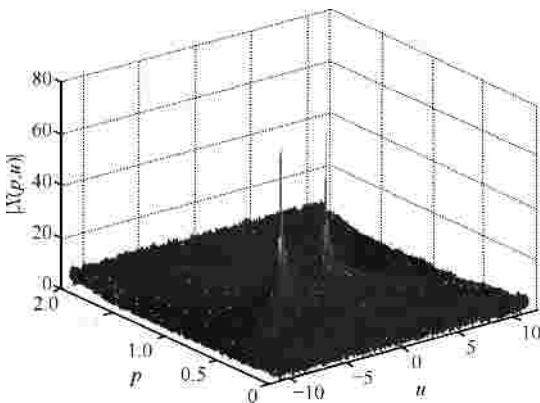
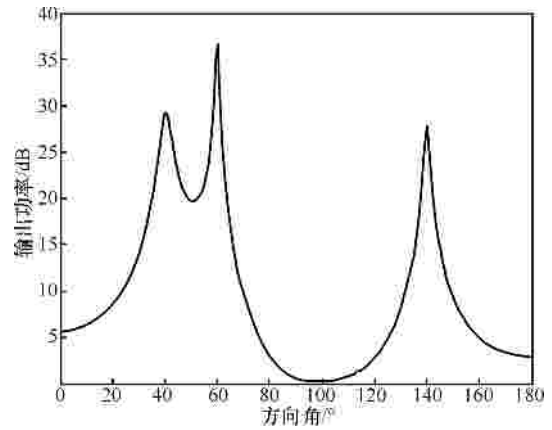
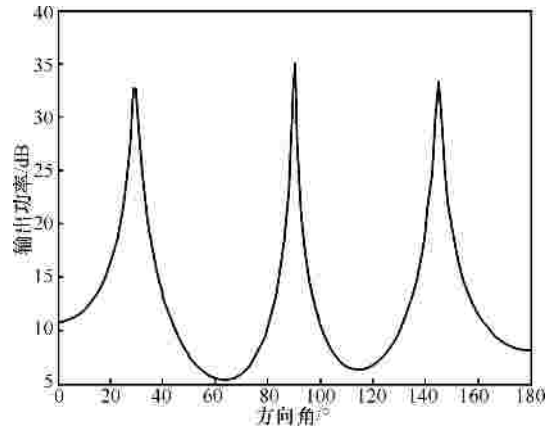


图 4 入射信号的二维 FrFT 扫描谱

从图 4 中可以看出，在  $(p, u)$  平面上有 2 个明显的谱峰，分别对应于 2 个 LFM 信号组。分别构造这 2 组相干 LFM 信号在各自的解线调域上的 MUSIC 空间谱，如图 5 所示。



(a) 信号组 1



(b) 信号组 2

图 5 相干 LFM 信号的音乐空间谱

对图 5(a)和图 5(b)所示的 2 个谱函数做关于角度  $\theta$  的一维谱峰搜索，选择扫描步长为  $0.01^\circ$ ，得到 2 组入射信号的 DOA 估计为： $\hat{q}_1=[39.46^\circ, 59.78^\circ, 140.12^\circ]$ ， $\hat{q}_2=[29.16^\circ, 89.98^\circ, 145.35^\circ]$ 。

**实验 3** 本文方法和传统方法的性能对比实验。采用 8 阵元 ULA，3 个相干 LFM 信号入射到该阵列上，入射角设置为： $\theta=[50^\circ, 90^\circ, 140^\circ]$ 。在其他条件均相同的前提下，比较本文方法和文献[9]提出的基于能量聚集域 FrFT 以及矩阵重构解相干的宽带 LFM 信号 DOA 估计方法的性能。图 6 给出了上述 2 种方法的音乐空间谱。

图 7 和图 8 分别给出了 2 种方法的 DOA 估计成功概率以及均方根误差 (RMSE, root mean square error) 随信噪比变化的曲线。所有仿真结果均为 100 次独立实验的平均。

由于本文方法利用了解线调分数阶 Fourier 域上的全部观测数据参与 DOA 估计的运算，与

传统的基于 FrFT 峰值提取的算法相比,该方法对观测数据的利用更加充分,获得了一定的性能改善。通过图 6~图 8 可以看出,相比于传统估计方法,本文方法具有更好的空间分辨性能和更低的信噪比门限。在 DOA 估计的 RMSE 相同时,与传统方法相比,本文方法可获得 8dB 左右的信噪比增益。

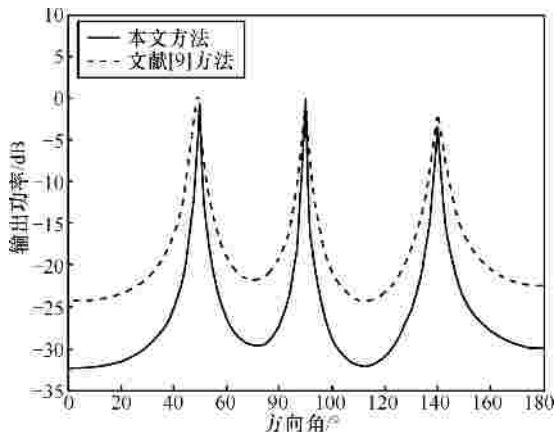


图 6 本文方法和传统方法的估计结果

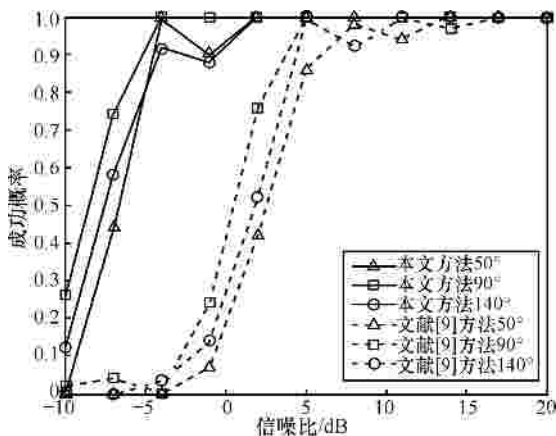


图 7 DOA 估计的成功概率随信噪比的变化曲线

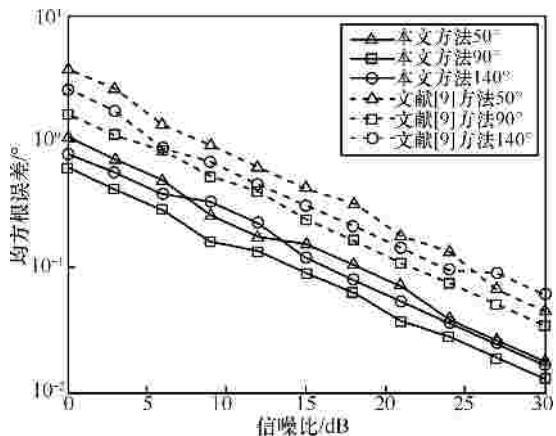


图 8 DOA 估计的均方根误差随信噪比的变化曲线

### 5 结束语

本文提出了一种基于 FrFT 的相干宽带 LFM 信号 DOA 估计新方法。该方法利用阵列信号在 2 个特殊的分数阶 Fourier 域上的时频特性,实现了对不同的相干 LFM 信号组的分离和各组内的 DOA 估计。相比于传统方法,本文方法对阵列数据的利用更加充分,获得了更好的空间分辨性能和更低的信噪比门限。另外,该方法无冗余阵元与孔径损失,并且可以推广到任意阵列流型。当存在  $G$  个相干 LFM 信号组时,使用  $M$  阵元的阵列最多可估计出的 DOA 数目达  $G(M-1)$  个。最后,仿真实验的结果证明了本文方法的良好估计性能。

### 参考文献:

- [1] WEN Z, LI L P, CHEN T Q. Joint multiple parameters estimation for coherent chirp signals using vector sensor array[J]. Science in China, Series F, 2008, 51(1): 93-100.
- [2] ZHOU X, SHI Y W, YANG W H. 2-D DOA and polarization estimation of LFM signals with one electromagnetic vector sensor[A]. International Conference on Signal Processing[C]. Beijing, China, 2008. 386-389.
- [3] 李立萍, 黄克骥. 基于 STFT 的相干宽带调频信号 2-D 到达角估计[J]. 电子与信息学报, 2005, 27(11): 1760-1764.
- LI L P, HUANG K J. 2-D DOA estimation of coherent wideband FM signals based on STFT[J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2005, 27(11): 1760-1764.
- [4] 陶然, 周云松. 基于分数阶傅里叶变换的宽带 LFM 信号波达方向估计新算法[J]. 北京理工大学学报, 2005, 25(10): 895-899.
- TAO R, ZHOU Y S. A novel method for the direction of arrival estimation of wideband linear frequency modulated sources based on fractional Fourier transform[J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2005, 25(10): 895-899.
- [5] 杨小明, 陶然. 基于分数阶 Fourier 变换和 ESPRIT 算法的 LFM 信号 2D 波达方向估计[J]. 兵工学报, 2007, 28(12): 1438-1442.
- YANG X M, TAO R. 2D DOA estimation of LFM signals based on fractional Fourier transform and ESPRIT algorithm[J]. Acta Armamentarii, 2007, 28(12): 1438-1442.
- [6] 杨小明, 陶然. 基于分数阶傅里叶变换的线性调频信号二维波达

方向估计[J]. 电子学报, 2008, 36(9): 1737-1740.

YANG X M, TAO R. 2-D DOA estimation of LFM signals based on fractional Fourier transform[J]. Acta Electronica Sinica, 2008, 36(9): 1737-1740.

[7] ALMEIDA L B. The fractional Fourier transform and time-frequency representations[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1994, 42(11): 3084-3091.

[8] QU H T, QI L, MU X M. DOA estimation of coherent wideband LFM signals based on fractional Fourier transform[A]. ICICIC 06[C]. Beijing, China, 2006. 6-9.

[9] 刘小河, 王建英, 杨美英. 基于分数阶傅里叶变换的宽带 LFM 相干信号的 DOA 估计[J]. 数据采集与处理, 2008, 23(5): 547-550.

LIU X H, WANG J Y, YANG M Y. DOA estimation of coherent wideband LFM sources based on fractional Fourier transform[J]. Journal of Data Acquisition & Processing, 2008, 23(5): 547-550.

[10] 齐林, 陶然, 周思永. 基于分数阶 Fourier 变换的多分量 LFM 信号的检测和参数估计[J]. 中国科学(E 辑), 2003, 33(8): 749-759.

QI L, TAO R, ZHOU S Y. Detection and parameter estimation of multicomponent LFM signal based on the fractional Fourier transform[J]. Science in China, Series E, 2003, 33(8): 749-759.

[11] OZAKTAS H M, KUTAY M A, MENDLOVIC D. Introduction to the Fractional Fourier Transform and Its Applications[R]. Department of Computer Engineering and Information Science, Bilkent University, Ankara, 1998.

#### 作者简介：



**罗蓬** (1984-), 男, 山东滨州人, 天津大学博士生, 主要研究方向为非平稳信号处理、时频分析、空间谱估计等。



**刘开华** (1956-), 男, 河北沧州人, 天津大学教授、博士生导师, 主要研究方向为信息处理与传输技术、数字多媒体技术、物联网技术等。



**于洁** (1981-), 女, 天津人, 天津大学讲师, 主要研究方向为 RFID 技术及其应用、阵列信号处理算法及其应用等。



**马永涛** (1979-), 男, 山东潍坊人, 天津大学讲师, 主要研究方向为通信信号处理、信道建模与估计等。